

УДК 539.1.074.23

КРАЕВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ КАМЕРЕ. ВЛИЯНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РАМКИ

Т.П.Топурия, М.Д.Шафранов

Представлены электрические характеристики пропорциональных камер на границах с рамкой камеры. Применявшиеся до сих пор методы расчета электрических полей и потенциалов в рабочем объеме многопроволочных пропорциональных камер не позволяли оценить степень влияния диэлектрической рамки камеры на формирование электрических полей в районе крайних проволочек. Решение поставленной задачи стало возможным только после разработки авторами настоящей публикации методов решения задач о диэлектрике в электрическом поле.

Работа выполнена в Лаборатории физики частиц ОИЯИ.

Edge Effects in Multiwire Proportional Chambers. The Influence of the Dielectric Frame

T.P.Topuria, M.D.Shafranov

The electrical characteristics of proportional chambers on boundaries with a frame of the chamber are presented. The earlier methods of calculating the field and potentials in the working volume of multiwire proportional chambers did not allow one to estimate the influence of the dielectric frame of the chamber on the configuration of electrical field in the area of the edge wires. This simulation can be carried out now since the authors of the present publication have developed the methods of solving the problem of dielectric in electrical field.

The investigation has been performed at the Laboratory of Particle Physics, JINR.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование краевых эффектов в многопроволочных пропорциональных камерах (МППК) существенно для понимания процессов в камере как координатном детекторе частиц, а также для выбора ее оптимальной конструкции. Краевые эффекты в МППК проявляются в росте числа шумовых импульсов на крайних проволочках камеры и даже в появлении пробоев.

Краевые эффекты связаны с увеличением электрического поля в районе крайних проволочек камер. Электрическое поле непосредственно вокруг проволочки пропорционально линейной плотности ее заряда. Увеличение линейной плотности заряда на крайних проволочках является следствием роста величины линейной емкости крайних

проволочек. В стандартной конструкции МППК площадь катодных плоскостей всегда больше площади, занимаемой проволочками. Такова первая причина, которая приводит к росту линейной емкости проволочек на краях МППК. Часть диэлектрической рамки камеры частично расположена между катодными плоскостями, образуя вместе с ними конденсатор с диэлектриком между обкладками. Это вторая причина, которой обязано увеличение линейной емкости проволочек на краях камеры.

Настоящая работа посвящена исследованию краевых эффектов МППК, обусловленных указанными выше причинами. Изучение этих эффектов численным итерационным методом без учета влияния рамки показало, что на краях камеры происходит деформация зоны чувствительности проволочек. Вместо прямоугольной формы, свойственной центральной области, на краях камеры зона чувствительности приобретает сложную форму [1].

Моделирование влияния диэлектрической рамки на распределения электрических полей и потенциалов стало возможным благодаря применению специально разработанного численного метода решения задач о диэлектрике в электростатическом поле [2,3].

ОБ ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Решение краевой задачи указанным методом позволяет найти при заданном распределении зарядов их величины, обеспечивающие выполнение граничных условий. В качестве граничного условия на поверхностях проводников задается потенциал. Граничные условия на поверхности диэлектрика определяются законами электростатики для диэлектриков. Граничные условия на поверхности раздела между средами в электростатических полях для однородных диэлектриков определяются из двух уравнений [4]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad \text{и} \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad (1)$$

где вектор \mathbf{E} — электрическое поле как внутри, так и вне диэлектрика. Поле является суперпозицией поля сторонних зарядов \mathbf{E}_0 и поля связанных зарядов \mathbf{E}^0 : $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}^0$. Во втором уравнении $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, где \mathbf{P} — вектор поляризации, или электрический дипольный момент единицы объема диэлектрика; ε_0 — диэлектрическая постоянная. Следствием первого уравнения из (1) является непрерывность тангенциальных составляющих электрического поля на поверхности раздела двух диэлектриков:

$$E_{t1} = E_{t2}. \quad (2)$$

Следствием второго уравнения из (1) является непрерывность нормальной составляющей вектора \mathbf{D} к поверхности раздела:

$$D_{n1} = D_{n2}. \quad (3)$$

Здесь n_1 и n_2 — внешние нормали к границе раздела среда — диэлектрик. Нормаль n_1 направлена от диэлектрика в среду, а нормаль n_2 — внутрь него.

Для однородных диэлектриков $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}$, где ε — диэлектрическая проницаемость среды. В этом случае граничные условия (2) и (3) представляются в виде

соотношений для тангенциальных и нормальных составляющих полей двух однородных диэлектриков:

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad \varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}. \quad (4)$$

Граничные условия (4) можно представить и в виде граничных условий для потенциала:

$$\phi_1 = \phi_2, \quad \varepsilon_1 \partial \phi_1 / \partial n = \varepsilon_2 \partial \phi_2 / \partial n. \quad (5)$$

В нашем случае можно полагать, что диэлектрическая проницаемость среды, окружающей диэлектрическую рамку $\varepsilon_1 = 1$. Соотношения (4 и 5) запишутся как:

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad E_{n1} = \varepsilon E_{n2} \quad \text{и} \quad \phi_1 = \phi_2, \quad \partial \phi_1 / \partial n = \varepsilon \partial \phi_2 / \partial n. \quad (6)$$

Из соотношений (6) следует закон преломления линий поля E : $\text{tg } \alpha_1 / \text{tg } \alpha_2 = \varepsilon$.

В реальных случаях в качестве граничных условий можно задать только потенциалы проводников. Для решения задачи необходимо знать величины тангенциальных составляющих электрического поля или потенциалов на границах диэлектрика и нормальных составляющих электрического поля.

Нормальная составляющая электрического поля связана с плотностью поляризованных зарядов на поверхности диэлектрика соотношением

$$\sigma = \kappa \varepsilon_0 E_n,$$

где диэлектрическая восприимчивость $\kappa = 1 + \varepsilon$.

Чтобы определить величину нормальной составляющей электрического поля в некоторой точке поверхности диэлектрика, необходимо знать поверхностную плотность связанных поляризованных зарядов в этой точке. Поверхностную плотность связанных поляризованных зарядов в соответствии с граничными условиями (1.6) нельзя вычислить без знания распределения величин нормальных составляющих поля на поверхности диэлектрика.

Задания потенциалов на поверхностях проводников и величин диэлектрических проницаемостей диэлектриков не достаточно для решения задач с диэлектриками в электростатических полях. Задача является неразрешимой. Предложенный в [2,3,5] простой, чисто алгебраический, метод позволяет решать широкий класс неразрешимых ранее задач о диэлектриках в электростатических полях.

Для решения поставленной задачи составлялась система из линейных уравнений, где число линейных уравнений равно сумме чисел вспомогательных зарядов электродов и зарядов диэлектрика. Решение этой системы позволяет найти величины всех вспомогательных зарядов, обеспечивающих выполнение граничных условий на поверхностях катода камеры, поверхностях сигнальных проволочек и на поверхности диэлектрической рамки камеры.

В первую группу системы входили уравнения, обеспечивающие выполнение граничных условий для нормальных компонентов электрического поля на границе раздела двух сред $E_{n1} = \varepsilon E_{n2}$.

Вторая группа уравнений связана с граничными условиями на поверхности диэлектрика для потенциала: отсутствие разрыва потенциала при переходе через границу раздела между средами 1 и 2 : $\phi_1 = \phi_2$.

Третья группа уравнений связана с обеспечением граничных условий на поверхностях проводников пропорциональной камеры: потенциала катодных плоскостей и потенциала сигнальных проволочек.

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МППК

Схематическое изображение камеры показано на рис. 1. Ее геометрические характеристики: расстояние между катодными плоскостями составляло 10 мм, диаметр сигнальных проволочек равен 20 мкм, боковая рамка камеры имела в сечении форму прямоугольника размером $20,2 \times 10$ мм². При решении задачи принималось, что величина диэлектрической проницаемости рамки $\epsilon = 4$, сигнальные проволочки находятся под напряжением 3 кВ, а катодные плоскости находятся под нулевым напряжением.

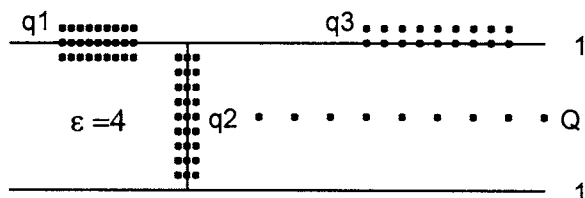


Рис. 1. Схема размещения вспомогательных зарядов пропорциональной камеры. Q — заряды сигнальных проволочек, $q1$ — вспомогательные внешние и внутренние заряды диэлектрической рамки камеры вдоль катодной плоскости, $q2$ — вспомогательные заряды рамки в объеме камеры, $q3$ — вспомогательные заряды катодной плоскости. Контрольные точки, в которых проверяется выполнение граничных условий, размещены на поверхностях катода и рамки против соответствующих вспомогательных зарядов.

При моделировании использовалась следующая система координат: ось абсцисс располагалась в плоскости сигнальных проволочек, ось ординат — по нормали к плоскости проволочек, ось аппликат — вдоль проволочек. Началом координат служила точка на внешней поверхности рамки. Камера состояла всего из 20 проволочек, этого числа вполне достаточно для решения поставленных задач [1]. Расстояние между сигнальными проволочками равнялось 2 мм.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МППК

Решение задачи с диэлектрической рамкой проводилось с использованием вспомогательных зарядов, обеспечивающих выполнение граничных условий на поверхностях катода, сигнальных проволочек и диэлектрической рамки [2,3]. Использовались вспомогательные линейные заряды. В соответствии с результатами [1] численное моделирование проводилось на плоскости $Z = 0$. В этой плоскости потенциал и величина электрического поля, создаваемого линейным зарядом, определяются следующими соотношениями:

$$U = \frac{2\sigma}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{L + \sqrt{L^2 + r^2}}{r} \quad \text{и} \quad E = \frac{2\sigma L}{4\pi\epsilon_0 r \sqrt{L^2 + r^2}}.$$

Здесь $2L$ — длина линейного заряда, σ — линейная плотность заряда, ϵ_0 — диэлектрическая постоянная.

Схема размещения вспомогательных зарядов показана на рис. 1. Внешние и внутренние вспомогательные заряды диэлектрика (q_1) в плоскостях, параллельных плоскости $Y = 0$, были размещены с интервалом в 0,1 мм. Их число вдоль одной из стороны рамки равно 404. Интервал между зарядами диэлектрика (q_2) на плоскостях, параллельных плоскости $X = 0$, брался равным 0,05 мм. Общее число этих зарядов равнялось 196. Вспомогательные заряды катодной плоскости (q_3) располагались на расстоянии друг от друга в 0,4 мм. На длине, равной 60 мм, использовался 151 линейный заряд. Из решения линейной системы 771 независимого уравнения находились величины 771 вспомогательного заряда, в том числе 20 зарядов сигнальных проволочек. На основании принципа суперпозиции потенциалы и электрические поля вычислялись как сумма полей и потенциалов, создаваемых 1522 вспомогательными зарядами. Линии поля и эквипотенциали на последующих рисунках строились с помощью замены отрезка кривой отрезком касательной [4].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Распределение вспомогательных зарядов иллюстрирует рис. 2. Распределение величин зарядов по проволочкам приведено на рис. 2а. График 1 соответствует равенству всех диаметров проволочек. Первоначально все 20 проволочек имели равные диаметры по 20 мкм. Увеличение диаметров двух первых проволочек до 35 и 30 мкм привело к

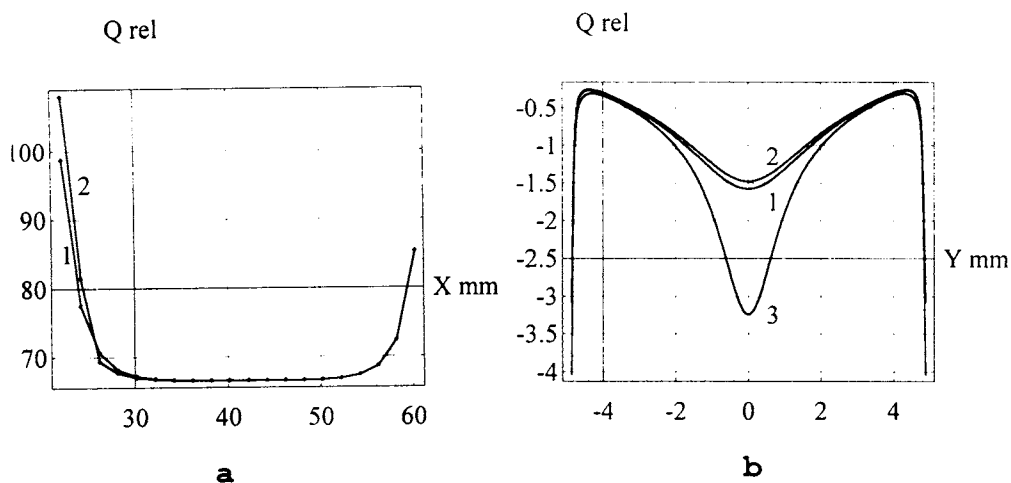


Рис. 2. а) Распределения зарядов сигнальных проволочек. Случаю равенства диаметров всех проволочек соответствует распределение 1. Распределение 2 относится к случаю увеличения диаметров первой и второй проволочек до 35 и 30 мкм. Увеличение диаметров приводит к росту емкости проволочек и увеличению их зарядов. б) Распределения вспомогательных зарядов вдоль поверхности диэлектрика. Кривая 1 представляет распределение для проволочек равных диаметров. Кривая 2 относится к случаю увеличения диаметров первой и второй проволочек. Первая проволочка в обоих случаях расположена на расстоянии 2 мм от рамки. Кривая 3 — распределение вспомогательных зарядов, для случая смещения всех проволочек к рамке на 1 мм.

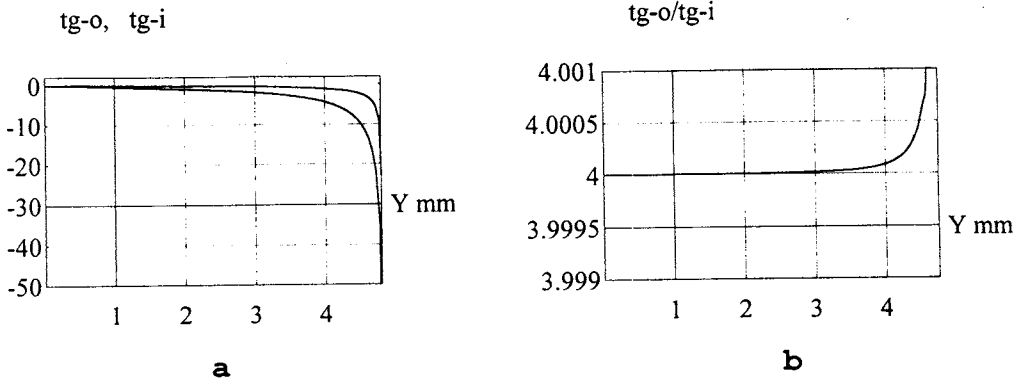


Рис. 3. а) Распределение значений тангенсов углов между линиями поля и нормальными к поверхности рамки камеры. Верхняя кривая относится к углам падения, нижняя — к углам преломления силовых линий поля на границе с диэлектриком. б) Распределение характеризует степень выполнения закона преломления силовых линий $\text{tg } \theta_o / \text{tg } \theta_i = \epsilon$. При решении задачи было задано значение $\epsilon = 4$.

увеличению их линейной емкости. Следствием этого стало увеличение заряда примерно на 10% (график 2).

На рис. 2б показано распределение величин вспомогательных зарядов диэлектрика в объеме камеры. Кривая 1 относится к случаю равенства диаметров всех проволочек. Кривая 2 соответствует случаю увеличенных диаметров двух первых проволочек. Сдвигу всех проволочек к рамке на 1 мм, т.е. на половину расстояния между проволочками, соответствует кривая 3.

Силовые линии на поверхности диэлектрика испытывают излом. Излом характеризуется законом преломления линий поля, по которому отношение тангенсов углов между касательной к линии поля и нормалью с внешней и внутренней стороны диэлектрика должно быть равно диэлектрической проницаемости. Полученные данные величин вспомогательных зарядов позволяют вычислить отношение тангенсов углов падения и преломления. Это отношение характеризует степень достоверности получаемых результатов и точности всех расчетных величин полей и потенциалов.

Распределения величин тангенсов углов падения и преломления вдоль поверхности диэлектрика показаны на рис. 3а. Их отношения приведены на рис. 3б. Кривые на этом рисунке не включают, только последнюю контрольную точку, в которой отношение равно 4,05. Причиной такого отклонения является эффект прямого угла между поверхностью катодной плоскости и поверхностью диэлектрика. В этой точке угол падения составляет около 88° , т.е. угол между линией поля и поверхностью диэлектрика близок к 2° . Значение тангенса угла от 88 до 90° резко изменяется в пределах $30 - \infty$.

Зоны чувствительности первых четырех проволочек и эквипотенциали показаны на рис. 4. Диаметры проволочек равны между собой. Границами зон являются силовые линии, начинающиеся на проволочках, для которых угол между плоскостью проволочек и линиями поля близок к нулевой величине. Наибольшая деформация зон чувствительности приходится на зоны первой и второй проволочек. Первая проволочка располагается на

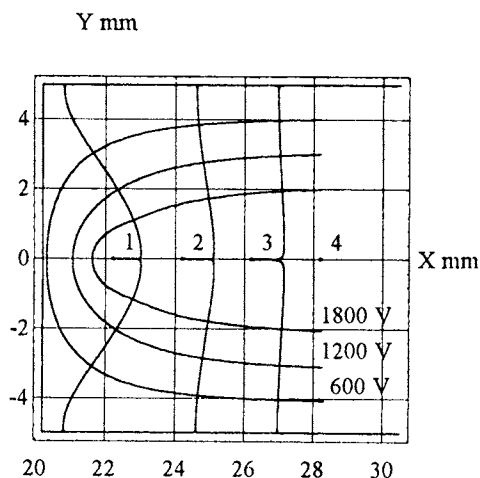


Рис. 4. Зоны чувствительности трех первых проволочек камеры. Вместо прямоугольной формы, свойственной проволочкам центральной области камеры, зоны деформированы. Наибольшая деформация приходится на две первые проволочки. Показанные на рисунке эквипотенциали построены для нулевого напряжения на катоде и напряжения на проволочках, равного 3 кВ.

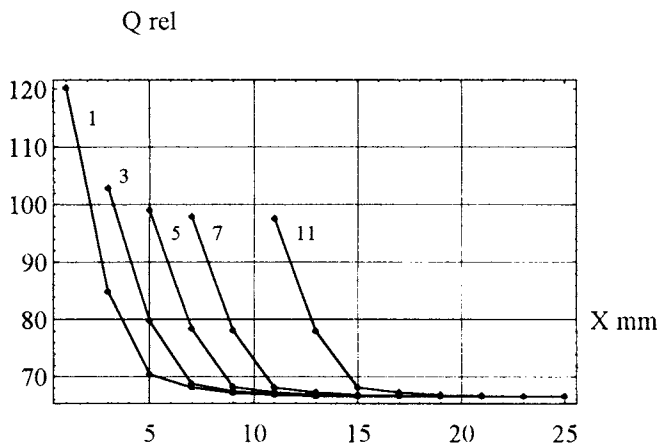


Рис. 5. Распределения зарядов на проволочках камеры для пяти интервалов расстояния между первой проволочкой и рамкой камеры. Эти интервалы указаны на рисунке в мм. Начиная с интервала в 5 мм заряды соответствующих проволочек изменяются мало: влияние диэлектрической рамки становится минимальным.

расстоянии 2 мм от поверхности рамки. С увеличением расстояния между первой проволочкой и рамкой влияние диэлектрика уменьшается. Для нахождения оптимального расстояния между первой проволочкой и рамкой были выполнены расчеты при сдвиге всех проволочек от рамки. На рис. 5 представлены распределения зарядов на проволочках для нескольких интервалов между первой проволочкой и диэлектрической рамкой.

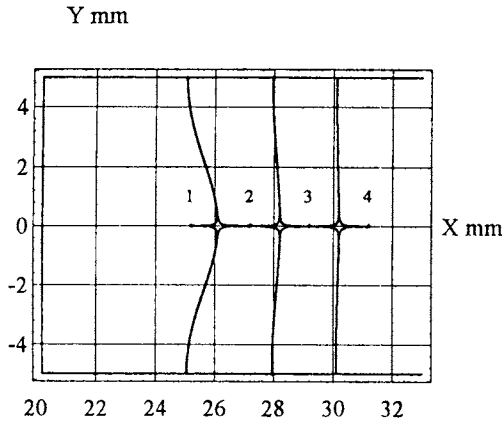


Рис. 6. Зоны чувствительности проволочек камеры при интервале между первой проволочкой и катодом, равном 5 мм. Эти зоны по сравнению с зонами при интервале первая проволочка — катод, равном 2 мм (рис. 4), деформированы в меньшей степени. Зона третьей проволочки является практически прямоугольной. Эта проволочка может выполнять функцию первой рабочей для съема информации.

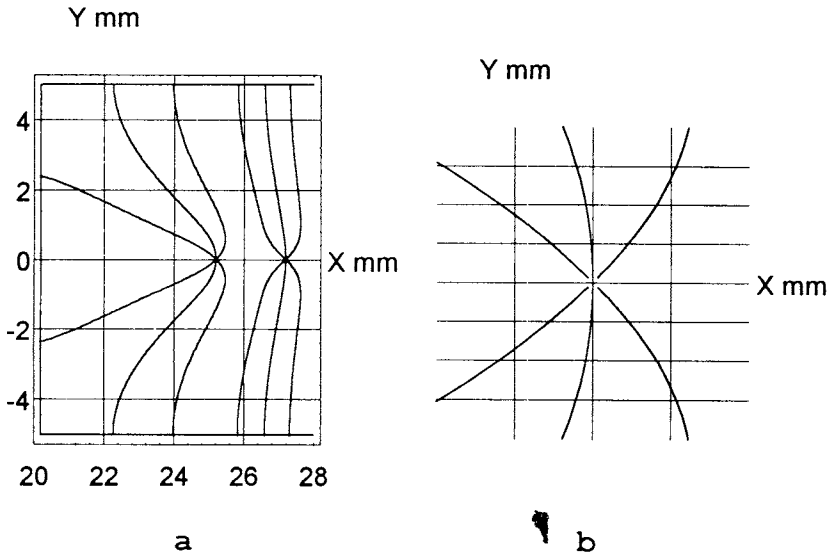


Рис. 7. а) Линии электрического поля двух первых проволочек камеры при интервале между первой проволочкой и катодом, равном 5 мм. Линии соответствуют углам между плоскостью проволочек и вектором поля, равным 45° , 90° и 135° . б) Линии поля в окрестности первой проволочки в увеличенном масштабе.

При величине интервала от $s = 5$ мм заряды проволочек практически не меняются. Напряженности электрического поля на поверхности первой и второй проволочек с учетом их диаметров соответственно равны $0,85E_0$ и $0,8E_0$. Величине E_0 соответствует

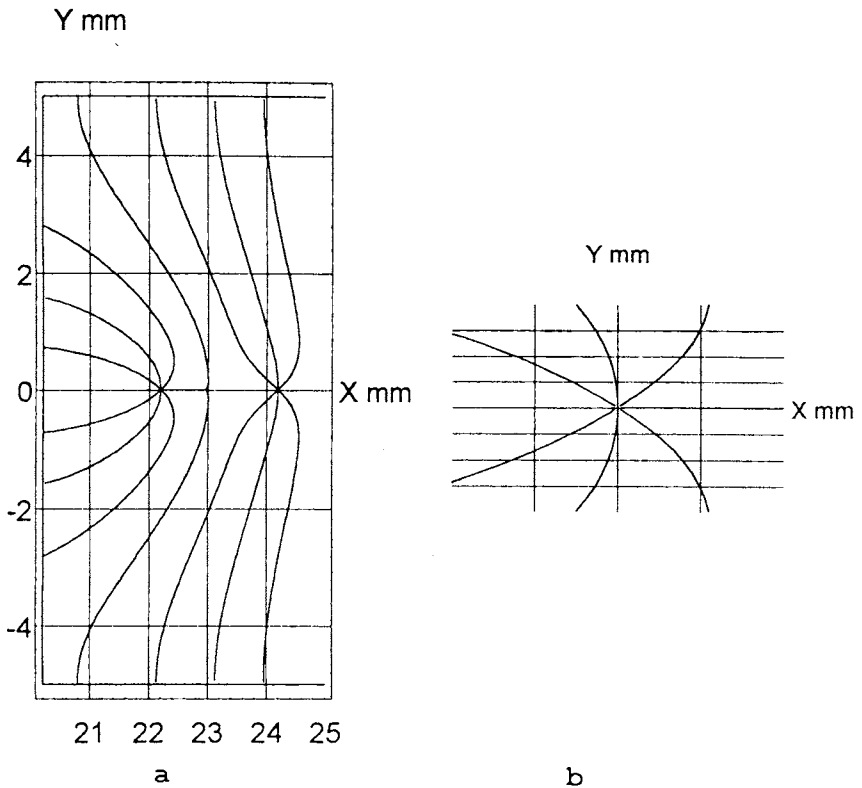


Рис. 8. а) Линии электрического поля двух первых проволочек камеры при интервале между первой проволочкой и катодом, равном 2 мм. Линии соответствуют углам, равным 0° , 45° , 90° и 135° , между вектором поля и плоскостью проволочек. Ни одна из этих линий, кроме первой, не заканчивается на катоде из-за значительного влияния диэлектрической рамки. б) Область в окрестности первой проволочки в увеличенном масштабе.

напряженность поля на поверхности проволочек центральной зоны камеры. Максимальная величина вспомогательных зарядов диэлектрика на его поверхности при значении $s = 5$ мм меньше, чем для случая $s = 2$ мм. При расстоянии первой проволочки от рамки в 2 мм в распределении при $Y = 0$ максимальная величина отрицательных зарядов в произвольных единицах равна 1,5 (рис.2б). Для $s = 5$ эта величина в три раза меньше.

Форма ячеек первых четырех проволочек и границы их зон чувствительности при расстоянии первой проволочки от поверхности рамки $s = 5$ мм показаны на рис. 6. На рис. 7а для интервала $s = 5$ мм показан ход линий поля, начинающихся на поверхности проволочек под углом к поверхности проволочек в 45° , 90° и 135° . В этом случае только линия поля, выходящая под углом в 135° , заканчивается на поверхности рамки. Для сравнения на рис. 8а показан ход линий поля при расстоянии от первой проволочки до рамки в 2 мм. Для этого случая только линия поля, выходящая под нулевым углом, не заканчивается на поверхности рамки. Сравнение областей в окрестности сигнальных проволочек, которые изображены на рис. 7б и 8б, говорит о существовании незначи-

тельной разницы между ними. Это объясняется доминирующим влиянием зарядов самих проволок в их окрестности.

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование, результаты которого представлены в настоящей работе, является первым практическим применением методов решения задач о диэлектрике в электрическом поле [2,3]. Именно благодаря разработанным методам решения задач с диэлектриками стало возможным выполнение исследований о влиянии диэлектрической рамки на электростатические характеристики МППК. Это исследование позволяет не только качественно объяснить, но более точно составить представление о способах уменьшения краевых эффектов в МППК.

Первые две проволоки увеличенного диаметра выполняют охранную роль. Для того чтобы напряженность электрического поля на их поверхности не превышала напряженность поля рабочих проволок камеры, первая проволока должна размещаться на расстоянии не меньшем, чем расстояние между плоскостью проволок и катодом. При меньшем расстоянии необходимо использовать охранные проволоки большего диаметра. Увеличение расстояния между рамкой и первой проволокой только уменьшает рабочую площадь МППК.

В [1] показано, что увеличение емкости проволок ведет к уменьшению деформации формы рабочих ячеек первых проволок. По этой же причине диэлектрик рамки камеры способствует уменьшению деформации формы крайних ячеек.

Авторы благодарят В.Д. Пешехонова за поддержку проведенного исследования, М.Г. Шафранову — за обсуждение результатов и ряд замечаний.

Литература

1. Шафранов М.Д. — Краткие сообщения ОИЯИ, 1995, № 6[74]-95, Дубна, с.21.
2. Шафранов М.Д. — Сообщение ОИЯИ P11-99-148, Дубна, 1999.
3. Топурия Т.П., Шафранов М.Д. — Сообщение ОИЯИ P11-99-155, Дубна, 1999.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992, с.57.
5. Шафранов М.Д. и Топурия Т.П. — Сообщение ОИЯИ P11-99-355, Дубна, 1999.
6. Шафранов М.Д. — Сообщение ОИЯИ P13-96-355, Дубна, 1996.